

Смер:



Име и презиме:

Пријавни број:

ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ, ЈУЛ 2013 (први термин)

1. (1в) Свести сличне чланове следећег полинома:

$$12xy^2 + 14x^2y - x^2y^2 + xy^2 - 15x^2y + 2x^2y^2.$$

$$= 13xy^2 - x^2y + x^2y^2.$$

2. (7б) Израчунати вредност израза:  $\left(\frac{15}{6}\right)^{-1} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$ .

Решење: а)  $\frac{32}{45}$  б)  $-\frac{7}{5}$  в)  $-\frac{23}{12}$

$$\frac{6^2}{15} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{15} + \frac{4}{9} = \frac{12+20}{45} = \frac{32}{45}$$

3. (11) Колико је поскупела роба ако је цена порасла са 1400 на 1800 динара?

Решење: а) 32,4% б) 28,6% в) 27,4%

$$\frac{1800}{1400} = \frac{9}{7} = 1,286 \Rightarrow (1,286 - 1) \cdot 100 = 28,6\%$$

4. (24) Један посао три радника обаве за 36 дана. Колико је радника потребно да ураде тај исти посао за 9 дана?

Решење: а) 8 б) 10 в) 12

$$\begin{array}{l} \uparrow 3 \text{ р.} \quad 36 \text{ д.} \quad x : 3 = 36 : 9 \\ x \quad \downarrow 9 \text{ д.} \\ \hline 9x = 3 \cdot 36 \\ x = 12 \end{array}$$

5. (33д) Решити једначину:  $\frac{4x-1}{3} = \frac{4x-8}{6} + 1$ .

Решење: а)  $x = -1$  б)  $x = 0$  в)  $x = 2$

$$8x - 2 = 4x - 8 + 6$$

$$4x = 0 \Rightarrow x = 0$$

6. (39) У функцијама  $y = (a-3)x + (a-2)$  и  $y = (2a+1)x - (3a-1)$  одредити параметар  $a$  тако да графици буду паралелни.

Решење: а)  $a = -4$  б)  $a = 0$  в)  $a = 2$

$$\begin{aligned} a-3 &= 2a+1 \\ -a &= 4 \Rightarrow a = -4 \end{aligned}$$

7. (45д) Решити систем једначина:  $\frac{2x-3}{6} + \frac{y+5}{3} = \frac{1}{2}$  / .6  $\frac{x+4}{8} + \frac{2y+1}{3} = -\frac{1}{2}$  / .24

$$\begin{aligned} 2x-3+2y+10 &= 3 \\ 3x+12+16y+8 &= -12 \\ \hline 2x+2y &= -4 \quad / \cdot (-3) \\ 3x+16y &= -32 \quad / \cdot 2 \\ \hline \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -6x-8y &= 12 \\ 6x+32y &= -64 \\ \hline 26y &= -52 \\ \Rightarrow y &= -2 \\ 2x-4 &= -4 \\ \Rightarrow x &= 0 \\ (x|y) &= (0|-2) \end{aligned}$$

8. (53ђ) Решити неједначину:  $\frac{3x-2}{3} < x$

Решење: а)  $x > 1$  б)  $x < 0$  в)  $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} \frac{3x-2}{3} - \frac{3x}{3} &< 0 \\ \frac{-2}{3} &< 0 \\ x &\in \mathbb{R} \end{aligned}$$

9. (56в) Извршити назначене операције и упростити израз:  $(a^6 b^8)^3 \left(\frac{ab^{12}}{c^4}\right)^{-3}$

$$a^{18} b^{24} \cdot \frac{a^{-3} b^{-36}}{c^{-12}} = a^{15} b^{-12} c^{12} = \frac{a^{15} c^{12}}{b^{12}}$$

10. (61м) Рационалисати израз:  $\frac{18 \cdot \sqrt[3]{3}}{-12 \cdot \sqrt[3]{32}}$

Решење: а)  $-\frac{3 \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{32}}{2}$  б)  $-\frac{3}{2 \cdot \sqrt[3]{3^2} \cdot \sqrt[3]{32^2}}$  в)  $-\frac{3 \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{32^2}}{64}$

$$-\frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{32}} \cdot \frac{\sqrt[3]{32^2}}{\sqrt[3]{32^2}} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{32^2}}{32} = -\frac{3 \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{32^2}}{64}$$

11. (63б) Извршити назначене операције:  $(-4-i) - (6+5i)$

Решење: а)  $10-6i$  б)  $-10-6i$  в)  $2+4i$

$$-4-i-6-5i = -10-6i$$

12. (67г) Решити следећу једначину:  $x^2 = 4 - 3x$ .

Решење: а)  $x = -4, x = 1$  б)  $x = 4, x = -1$  в)  $x = 4, x = 1$

$$x^2 + 3x - 4 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = -4$$

13. (73б) За које вредности  $x$  је задовољена неједначина:  $\frac{(x-1)(x-2)}{x-3} > 0$ .

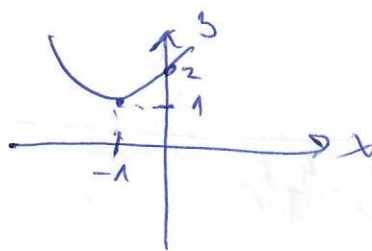
Решење: а)  $x \in (2, 3)$  б)  $x \in (1, 2) \cup (3, \infty)$  в)  $x \in (-\infty, 1) \cup (2, 3)$

$$\begin{array}{c} x-1 \\ x-2 \\ x-3 \end{array} \begin{array}{c} - \\ + \\ - \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \Rightarrow x \in (1, 2) \cup (3, \infty)$$

14. (75в) Конструисати график следеће функције и довести је на канонички облик:  $y = x^2 + 2x + 2$ .

$$y = (x+1)^2 + 1$$

$$\nabla(-1, 1)$$



15. (82а) Израчунати вредност израза:  $5 \sin \frac{\pi}{2} + 4 \cos 0 - 3 \sin \frac{3\pi}{2} + \cos \pi$ .

Решење: а) -2 б) 12 в) 11

$$5 \cdot 1 + 4 \cdot 1 - 3 \cdot (-1) + (-1) = 9 + 3 - 1 = 11$$

16. (85а) Одредити вредности остале три тригонометријске функције угла  $\alpha$  ако

$$\text{je } \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}, \left( \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \right).$$

$$\alpha \in \text{II}$$

$$\cos \alpha < 0$$

$$\tan \alpha < 0$$

$$\cot \alpha < 0$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\cos \alpha = -\frac{1}{2}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}/2}{-1/2} = -\sqrt{3}$$

$$\cot \alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

17. (93а) Решити следећу једначину:  $9^{-\frac{1}{x}} = 3$ .

Решење: а) -1 б) 1 в) -2

$$3^{-\frac{2}{x}} = 3^1 \Rightarrow -\frac{2}{x} = 1$$

$$\Rightarrow x = -2$$

18. (94в) Решити једначину:  $100 \cdot 10^{2x-1} = 1000^{\frac{3}{4}}$ .

Решење: а)  $x = 1/2$  б)  $x = 2/5$  в)  $x = 5/8$

$$10^2 \cdot 10^{2x-1} = (10^3)^{\frac{3}{4}} \Rightarrow 10^{2x+1} = 10^{\frac{9}{4}}$$

$$\Rightarrow 2x = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \frac{5}{8}$$

$$\Rightarrow 2x+1 = \frac{9}{4}$$

19. (96а) Израчунати:  $\log_3 243$

Решење: а)  $x = 2$  б)  $x = 5$  в)  $x = 10$

$$\log_3 243 = \log_3 3^5 = 5$$

20. (99в) Следећи израз свести на један логаритам:

$$\log_x a + \frac{1}{3} \left( \log_x b + \frac{1}{4} \left( \log_x c + \frac{1}{5} \log_x (d+e) \right) \right)$$

$$\log_x \left( a \cdot \sqrt[3]{b \cdot \sqrt[4]{c \cdot \sqrt[5]{d+e}}} \right)$$

Смер:



Име и презиме:

Пријавни број:

ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ, ЈУЛ 2013 (други термин)

1. (36) Одредити  $P(x) \cdot Q(x)$  ако је:  $P(x) = x^3 - 3x + 2$ ,  $Q(x) = x^4 + x^3 + 4x - 1$

$$(x^3 - 3x + 2) \cdot (x^4 + x^3 + 4x - 1)$$
$$x^7 + x^6 + 4x^4 - x^3 - 3x^5 - 3x^4 - 12x^2 + 3x + 2x^4 + 2x^3 + 8x - 2$$
$$= x^7 + x^6 - 3x^5 + 3x^4 + x^3 - 12x^2 + 11x - 2$$

2. (7г) Израчунати вредност израза:  $\frac{1}{7} + \left( \left( \frac{1}{2} \right)^{-1} \right)^{-1}$ .  $\frac{1}{7} + \frac{1}{2} = \frac{2+7}{14} = \frac{9}{14}$

Решење: а) 7/9      б) 9/14      в) 1/9

3. (15) Цена робе смањена је за 25%. За колико процената треба снизити нову цену да би цена на крају била дупло јефтинија од почетне цене?

Решење: а) 25%      б) 33,3%      в) 66,7%

$$x \cdot 0,75 \cdot p = x \cdot 0,15 \Rightarrow p = \frac{0,15}{0,75} = 0,667$$

$$(1 - 0,667) \cdot 100$$

$$\approx 33,3\%$$

4. (27) Цена једног производа подигнута је за 10%, а затим снижена за 10%. За колико процената се променила цена у односу на првобитну?

Решење: а) порасла за 5%      б) опала за 1%      в) није се променила

$$x \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right) \left(1 - \frac{10}{100}\right) = x \cdot 1,1 \cdot 0,9 = x \cdot 0,99 \Rightarrow \downarrow 1\%$$

5. (33ђ) Решити једначину:  $8 - 4x - \frac{2+3x}{6} = 3 - \frac{10x+5}{3}$ . /6

$$(1 - 0,99) \cdot 100$$

Решење: а)  $x = 3/8$       б)  $x = 0$       в)  $x = 38/7$

$$48 - 24x - 2 - 3x = 18 - 20x - 10$$
$$46 - 27x = 8 - 20x$$
$$38 = 7x \Rightarrow x = 38/7$$

6. (40в) У функцији  $y = (2m-3)x + m - 1$  одредити параметар  $m$  тако да график функције са  $x$ -осом гради туп угао

Решење: а)  $m > 2/3$  б)  $m < 3/2$  в)  $m > 1/3$

$$2m - 3 < 0$$

$$2m < 3 \Rightarrow m < 3/2$$

7. (45к) Решити систем једначина:
- $$\begin{cases} \frac{2}{7}x + \frac{5}{6}y = 35 & / \cdot 42 \\ \frac{3}{5}x - \frac{7}{12}y = 3,5 & / \cdot 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12x + 35y = 35 \cdot 42 \\ 36x - 35y = 35 \cdot 6 \end{cases}$$

Решење: а)  $(x, y) = (30, 35)$  б)  $(x, y) = (7, 6)$  в)  $(x, y) = (35, 30)$

$$(x, y) = (30, 35)$$

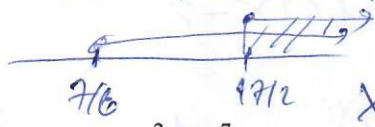
$$48x = 35 \cdot 48$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 35}$$

$$\boxed{y = 30}$$

8. (54в) Решити систем неједначина:
- $$\begin{cases} (x-1)(2x+3) \leq (2x-5)(x+4) \\ (4x+2)(x-1) > (2x-5)(2x+1) \end{cases}$$

Решење: а)  $x > -1/2$  б)  $x \geq 17/2$  в)  $x < 1/2$



$$x \geq \frac{17}{2}$$

$$\begin{aligned} 2x^2 + x - 3 &\leq 2x^2 + 3x - 20 \\ 4x^2 - 2x - 2 &> 4x^2 - 8x - 5 \\ -2x &\leq -17 \Rightarrow x \geq \frac{17}{2} \\ 6x &> 7 \Rightarrow x > \frac{7}{6} \end{aligned}$$

9. (58г) Израчунати:  $\frac{4^{-2} \cdot 8^{-7}}{2^{-24}}$

Решење: а)  $1/4$  б)  $16$  в)  $1/2$

$$\frac{2^{-4} \cdot 2^{-21}}{2^{-24}} = \frac{1}{2^{-24+25}} = \frac{1}{2}$$

10. (61в) Рационалисати израз:  $\frac{2\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

$$\begin{aligned} \frac{2\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}} \cdot \frac{(1+\sqrt{2})+\sqrt{3}}{(1+\sqrt{2})+\sqrt{3}} &= \frac{2\sqrt{2}+2\cdot 2+2\sqrt{6}}{(1+\sqrt{2})^2-3} = \frac{2\sqrt{2}+4+2\sqrt{6}}{1+2\sqrt{2}+2-3} = \frac{2\sqrt{2}+4+2\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{2\cdot 2+4\sqrt{2}+2\sqrt{12}}{2\cdot 2} = \frac{4+4\sqrt{2}+4\sqrt{3}}{4} = 1+\sqrt{2}+\sqrt{3} \end{aligned}$$

11. (63j) Извршити назначене операције:  $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2$

Решење: а)  $-1$  б)  $i$  в)  $-i$

$$= \frac{-2i}{2i} = -1$$

$$\begin{aligned} (1-i)^2 &= 1-2i+i^2 \\ &= 1-2i-1 = -2i \\ (1+i)^2 &= 2i \end{aligned}$$

12. (67ж) Решити следећу једначину:  $x(2-3x) = x^2 + 7x - 4$

$$2x - 3x^2 = x^2 + 7x - 4$$

$$0 = 4x^2 + 5x - 4$$

$$x_{1/2} = \frac{-5 \pm \sqrt{89}}{8}$$

$$x_{1/2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25+64}}{8}$$

13. (726) Решити квадратну неједначину:  $x^2 - 4x + 5 < 0$ .

Решење: а)  $x \in (1, 4)$  б)  $x \in (-\infty, 1) \cup (4, \infty)$  в)  $x = \{ \}$

$$x^2 - 4x + 5 = x^2 - 4x + 4 + 1 = (x-2)^2 + 1 > 0$$

$$\Rightarrow x \in \emptyset$$

14. (77) За које вредности параметра  $m$  функција  $y = (m^2 - 1)x^2 + 2(m-1)x + 2$  је позитивна за свако  $x$ ?

$$\begin{aligned} \text{I } m^2 - 1 &> 0 \\ \text{II } (2(m-1))^2 - 4 \cdot (m^2 - 1) \cdot 2 &< 0 \\ 2m^2 - 4m + 2 - 8m^2 + 8 &< 0 \\ -6m^2 + 4m + 10 &< 0 \quad | : (-2) \\ 3m^2 - 2m - 5 &> 0 \\ 3m^2 + 3m - 5m - 5 &> 0 \\ 3m(m+1) - 5(m+1) &> 0 \\ (m+1)(3m-5) &> 0 \end{aligned}$$

15. (826) Израчунати вредност израза:  $2 \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \cos^2\left(-\frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(-\frac{4\pi}{3}\right)$ .  $m \in (-\infty, -1) \cup (\frac{5}{3}, \infty)$

$$-2 \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \cos^2\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$$

$$= -2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{2} + \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{-4\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{3}}{4}$$

16. (86г) Доказати идентитет:  $\frac{1}{1 + \sin \alpha} + \frac{1}{1 - \sin \alpha} = \frac{2}{\cos^2 \alpha}$ .

$$\frac{1 - \sin^2 \alpha + 1 + \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{2}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{2}{\cos^2 \alpha}$$

17. (93д) Решити следећу једначину:  $a^{x-9} = \frac{1}{a^{x-9}}$ .

Решење: а)  $x = 9$  б)  $x = 18$  в)  $x = 0$

$$a^{x-9} = a^{-x+9} \Rightarrow x-9 = -x+9$$

$$2x = 18 \Rightarrow x = 9$$

18. (94д) Решити једначину:  $3 \cdot \sqrt[3]{81} - 10 \cdot \sqrt[3]{9} + 3 = 0$ .

$$\sqrt[3]{9} = t > 0$$

Решење: а)  $x = -3, x = 2$  б)  $x = 3, x = -1$  в)  $x = 2, x = -2$

$$\sqrt[3]{81} = t^2$$

$$3t^2 - 10t + 3 = 0$$

$$3t^2 - 9t - t + 3 = 0 \Rightarrow 3t(t-3) - (t-3) = 0$$

$$(t-3)(3t-1) = 0$$

$$t = 3 \quad , \quad t = \frac{1}{3}$$

19. (97а) Израчунати:  $\log_{1/3} \sqrt[3]{27}$

Решење: а) 9 б)  $-3/7$  в)  $1/2$

$$-\log_3 27^{\frac{1}{3}} = -\frac{1}{3} \log_3 3^3 = -\frac{3}{3}$$

$$\sqrt[3]{9} = 3$$

$$\boxed{x=2}$$

$$\sqrt[3]{9} = \frac{1}{3}$$

$$3^{\frac{2}{3}} = 3^{-1}$$

20. (100а) Решити једначину:  $\log x - \log \frac{1}{x-1} - \log 2 = 0$ .

$$\cancel{x=-2}$$

Решење: а)  $x = 2$  б)  $x = 5$  в)  $x = -1$

$$\log x + \log (x-1) = \log 2 \quad \rightarrow x > 1$$

$$\log (x-1)x = \log 2$$

$$x > 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$\cancel{x=-1}, \quad \boxed{x=2}$$



Смер:



Име и презиме:

Пријавни број:

ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ, СЕПТЕМБАР 2013

1. (4a) Одредити  $P(x):Q(x)$  ако је:  $P(x) = x^3 - x^2 - x + 10$ ,  $Q(x) = x + 2$ .

$$\begin{aligned}x^3 - x^2 - x + 10 &= \underbrace{x^3 + 2x^2 - 3x^2 - 6x + 5x + 10}_{=} \\ &= x^2(x+2) - 3x(x+2) + 5(x+2) \\ &= (x+2)(x^2 - 3x + 5)\end{aligned}$$

2. (9e) Извршити назначене операције са разломцима:  $\left(\frac{2}{a} - \frac{3}{b}\right) \cdot \frac{27}{4b^2 - 9a^2} : \frac{1}{2b+3a}$ .

Решење: а)  $27ab^2$  б)  $27/ab$  в)  $2b-3a$

$$\begin{aligned}\frac{2b-3a}{a \cdot b} \cdot \frac{27 \cdot (2b+3a)}{(2b-3a)(2b+3a)} \\ = \frac{27}{a \cdot b}\end{aligned}$$

3. (17) На пролећном снижењу цена књига снижена је три пута: прво за 20%, затим још за 20%, па још једном за 20% (сваки пут од тренутне цене). Колико је укупно снижење цене књига (изражено у процентима)?

Решење: а) 51,2% б) 60% в) 48,8%

$$x \cdot 0,80 \cdot 0,80 \cdot 0,80 = x \cdot 0,512$$

$$(1 - 0,2) \cdot 100 = 48,8\%$$

4. (29) Имамо два раствора киселина. Један је од 36%, а други од 96%. По колико литара треба да се узме од сваког раствора да се добије 120 литара новог раствора од 80%.

$$\begin{array}{l|l} 36\% & 80\% \\ 96\% & \end{array} \left| \begin{array}{l} 96-80=16 \cdot 2 = 32\ell \\ 80-36=44 \cdot 2 = 88\ell \\ \hline 60 \cdot 2 = 120\ell \end{array} \right.$$

5. (336) Решити једначину:  $3,2x - 6,5 = 4,9x - 12,4$ .

Решење: а)  $x = 59/17$  б)  $x = 20/13$  в)  $x = 7/5$

$$\begin{aligned}-1,7x &= -5,9 \\ x &= \frac{59}{17}\end{aligned}$$

6. (42) У функцији  $y = (4k - 1)x - k + 3$  одредити параметар  $k$  тако да функција буде опадајућа и да њен график сече позитиван део  $y$ -осе.

Решење: а)  $k > 3$  б)  $k < 1/4$  в)  $k < 2/3$

$$\begin{aligned} 4k - 1 < 0 &\Rightarrow k < \frac{1}{4} \\ 3 - k > 0 &\Rightarrow k < 3 \end{aligned} \Rightarrow k < \frac{1}{4}$$

7. (48) Збир два броја је 108, а њихов количник је 5:7. Који су то бројеви?

$$a + b = 108$$

$$\begin{aligned} a : b = 5 : 7 &\Rightarrow a = 5k \\ b = 7k &\Rightarrow 5k + 7k = 108 \\ &\Rightarrow 12k = 108 \\ &\Rightarrow \boxed{k = 9} \Rightarrow a = 45 \\ &\qquad\qquad\qquad b = 63 \end{aligned}$$

8. (556) Решити неједначину:  $\frac{3x + 5}{x} > 0$ .

Решење: а)  $x \in (-5/3, 0)$  б)  $x \in (-\infty, -5/3) \cup (0, \infty)$  в)  $x \in (-5/3, \infty)$

9. (60в) Израчунати:  $\sqrt{x} \cdot \sqrt[8]{x^2} \cdot \sqrt[6]{x^5}$ .

Решење: а)  $x \cdot \sqrt[12]{x^7}$  б)  $\sqrt[24]{x^{13}}$  в)  $x^2 \cdot \sqrt[6]{x^5}$

$$\sqrt[24]{x^{12} \cdot x^6 \cdot x^{20}} = \sqrt[24]{x^{38}} = x \cdot \sqrt[24]{x^{14}} = x \cdot \sqrt[12]{x^7}$$

10. (61а) Рационалисати израз:  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$ .

Решење: а)  $\frac{\sqrt{21}}{3}$  б)  $\frac{\sqrt{15} + \sqrt{6}}{3}$  в)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{15} + \sqrt{6}}{5 - 2} = \frac{\sqrt{15} + \sqrt{6}}{3}$$

11. (65г) Израчунати вредност израза:  $\frac{z \cdot \bar{z}}{2i + z^2}$  где је  $z = 3i$ .

$$\bar{z} = -3i$$

$$z \cdot \bar{z} = 3i \cdot (-3i) = -9i^2 = 9$$

$$2i + 9i^2 = 2i - 9$$

$$\begin{aligned} \frac{9}{2i - 9} &= \frac{-2i - 9}{-2i - 9} \\ &= \frac{-18i - 81}{4 + 81} \\ &= \frac{-81 - 18i}{85} \end{aligned}$$

12. (69h) Саставити квадратну једначину чија су решења:  $x_1 = \frac{5}{6}, x_2 = 0$ .


Решење: а)  $x^2 + 5x = 0$  б)  $6x^2 + 5x = 0$  в)  $6x^2 - 5x = 0$

$$0 = (x - \frac{5}{6}) \cdot (x - 0) \Rightarrow x^2 - \frac{5}{6}x = 0 \quad | \cdot 6 \Rightarrow 6x^2 - 5x = 0$$

13. (72д) Решити квадратну неједначину:  $x^2 + 6x + 7 > 0$ .

$$x \in (-\infty, -3 - \sqrt{2}) \cup (-3 + \sqrt{2}, +\infty)$$

Решење: а)  $x \in (-\infty, -3 - \sqrt{2}) \cup (-3 + \sqrt{2}, \infty)$  б)  $x \in (-3 - \sqrt{2}, -3 + \sqrt{2})$  в)  $x \in \{ \}$

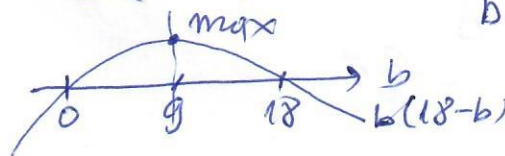
$$x^2 + 6x + 7 = (x+3)^2 - 2 = 0 \Rightarrow (x+3)^2 = 2 \Rightarrow x+3 = \pm\sqrt{2} \Rightarrow x = -3 \pm \sqrt{2}$$


14. (81) Број 18 раставити на два сабирка тако да њихов производ буде што већи.

$$a + b = 18 \Rightarrow a = 18 - b$$

$$a \cdot b \text{ max} \Rightarrow b(18 - b) \text{ max}$$

$$b = 9 \Rightarrow a = 9$$



15. (83в) Израчунати вредност израза.  $3 \sin^2 \frac{\pi}{2} - 4 \tan^2 \frac{\pi}{4} - 3 \cos^2 \frac{\pi}{6} + 3 \cot^2 \frac{\pi}{2}$

Решење: а)  $-25/4$  б)  $-13/4$  в)  $11/4$

$$3 \cdot 1 - 4 \cdot 1 - 3 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 3 \cdot 0 = -1 - \frac{9}{4} = -\frac{13}{4}$$

16. (89а) Одредити сва решења једначине:  $\sin \alpha = -1$ .

$$\alpha = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

17. (93h) Решити следећу једначину:  $\sqrt[4]{5^{6-x}} = \sqrt[3]{5^{x+2}}$ .

Решење: а)  $x = 10/7$  б)  $x = 2$  в)  $x = 3/5$

$$5^{\frac{6-x}{4}} = 5^{\frac{x+2}{3}} \Rightarrow 18 - 3x = 4x + 8$$

$$-7x = -10$$

$$\Rightarrow x = \frac{10}{7}$$

18. (95а) Решити следећу једначину:  $21 \cdot 3^x - 5^{x+2} = 9 \cdot 3^{x+2} - 5^{x+3}$

Решење: а)  $x = 2$  б)  $x = 0$  в)  $x = -1$

$$21 \cdot 3^x - 81 \cdot 3^x = -125 \cdot 5^x + 25 \cdot 5^x$$

$$-60 \cdot 3^x = -100 \cdot 5^x \Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^x = \frac{100}{60} \Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^x = \left(\frac{3}{5}\right)^{-1}$$

$$x = -1$$

19. (97В) Израчунати:  $\log_2 8 \cdot \log_3 81 \cdot \log_2 \frac{1}{16} \cdot \log_3 \frac{1}{27}$ .

Решење: а) 1      б) 144      в) 12

$$\log_2 2^3 \cdot \log_3 3^4 \cdot \log_2 2^{-4} \cdot \log_3 3^{-3} = 3 \cdot 4 \cdot (-4) \cdot (-3) = 144$$

20. (1006) Решити једначину:  $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$ .

Решење: а)  $x=2$       б)  $x=4$       в)  $x=16$

$$\log_2 4^x + \log_2 2^x + \log_2 x = 7$$

$$\frac{1}{4} \log_2 x + \frac{1}{2} \log_2 x + \log_2 x = 7 \quad / \cdot 4$$

$$\log_2 x + 2 \log_2 x + 4 \log_2 x = 28$$

$$\log_2 x = \frac{28}{7}$$

$$\log_2 x = 4 \Rightarrow x = 2^4 = 16$$

Смер:



Име и презиме:

Пријавни број:

ЗАДАЦИ ИЗ МАТЕМАТИКЕ  
ЗА ПРИЈЕМНИ ИСПИТ, ОКТОБАР 2013

1. (6e) Раставити на чиниоце следећи полином:  $ax^3y^3 - 3ax^2y^2 + 3axy - a$ .

Решење: а)  $a(1-xy)^3$  б)  $a(xy-1)^3$  в)  $a(xy+1)^3$

$$a(x^3y^3 - 3x^2y^2 + 3xy - 1) = a(xy-1)^3$$

2. (9a) Извршити назначене операције са разломцима:  $\frac{x}{x-y} + \frac{y}{x+y} - \frac{2y}{x}$ .

$$\frac{x \cdot x(x+y) + y \cdot x(x-y) - 2y(x^2-y^2)}{x(x-y)(x+y)} = \frac{x^3 + x^2y + x^2y - xy^2 - 2x^2y + 2y^3}{x(x-y)(x+y)}$$
$$= \frac{x^3 - xy^2 + 2y^3}{x(x-y)(x+y)}$$

3. (20) Повећати 15000 за 250%, а затим смањити за 75%. Добиће се?

Решење: а) 9375 б) 13125 в) 39375

$$15000 \cdot \left(1 + \frac{250}{100}\right) \left(1 - \frac{75}{100}\right) = 13125$$

4. (30) Углови троугла односе се као 2:3:4. Колики је највећи угао?

$$\alpha : \beta : \gamma = 2 : 3 : 4$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$2 + 3 + 4 = 9$$

$$\alpha = 2 \cdot \frac{180^\circ}{9} = 40^\circ$$

$$\beta = 3 \cdot \frac{180^\circ}{9} = 60^\circ$$

$$\gamma = 4 \cdot \frac{180^\circ}{9} = 80^\circ$$

5. (33к) Решити једначину:  $(x+2)^2 - (x-3)^2 + (x+4)^2 - (x+1)^2 = 0$ .

Решење: а)  $x = -5/8$  б)  $x = 7/3$  в)  $x = 3/4$

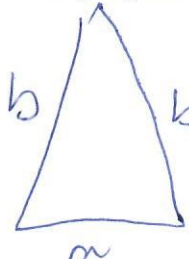
$$x^2 + 4x + 4 - x^2 + 6x - 9 + x^2 + 8x + 16 - x^2 - 2x - 1 = 0$$
$$16x - 10 = 0 \Rightarrow x = -5/8$$

6. (43) У функцији  $y = (3k + 6)x + k - 7$  одредити параметар  $k$  тако да функција буде растућа и да њен график сече негативни део  $y$ -осе.

Решење: а)  $k > 7$       б)  $-2 < k < 7$       в)  $k < -2$

$$\begin{aligned} 3k + 6 > 0 &\Rightarrow k > -2 \\ k - 7 < 0 &\Rightarrow k < 7 \end{aligned} \Rightarrow -2 < k < 7$$

7. (51) Обим једнакокраког троугла је 30 cm, а разлика крака и основице је 3 cm. Израчунати основицу и крак.



$$\begin{aligned} 2b + a &= 30 \\ b - a &= 3 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} 2b + a &= 30 \\ b - a &= 3 \end{aligned}} \right\} +$$

$$\hline 2b + a = 30$$

$$3b = 33 \Rightarrow b = 11$$

$$\hline 22 + a = 30 \Rightarrow a = 8$$

8. (55з) Решити неједначину:  $(x - 3)(x + 2) > 0$ .

Решење: а)  $x \in (-2, 3)$       б)  $x \in (-3, 2) \cup (2, \infty)$       в)  $x \in (-\infty, -2) \cup (3, \infty)$



$$x \in (-\infty, -2) \cup (3, \infty)$$

9. (60г) Израчунати:  $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[6]{a^5 b} \cdot \sqrt[12]{a^7 b^{11}}$ .

Решење: а)  $\sqrt[12]{a \cdot b^2}$       б)  $a \cdot b \cdot \sqrt[12]{a^2 \cdot b}$       в)  $a^2 \cdot b \cdot \sqrt[12]{a \cdot b}$

$$\sqrt[12]{a^8 \cdot a^{10} \cdot b^2 \cdot a^7 \cdot b^{11}} = \sqrt[12]{a^{25} \cdot b^{13}} = a^2 b \sqrt[12]{a \cdot b}$$

10. (61j) Рационалисати израз:  $\frac{7}{\sqrt{32 + \sqrt{8}}}$ .

Решење: а)  $\frac{7(\sqrt{32 + \sqrt{8}})}{40}$       б)  $\frac{7\sqrt{2}}{12}$       в)  $\frac{7}{\sqrt{32 + \sqrt{8}}}$

$$\frac{7}{\sqrt{4 \cdot 8 + \sqrt{8}}} = \frac{7}{2\sqrt{8 + \sqrt{8}}} = \frac{7}{3\sqrt{8}} = \frac{7}{3 \cdot 2\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{3 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{7\sqrt{2}}{12}$$

11. (66б) Израчунати  $x$  и  $y$  из једначине:  $(x + yi)(3 + i) = -9 + 7i$ .

Решење: а)  $(x, y) = (3, 4)$       б)  $(x, y) = (3, 2)$       в)  $(x, y) = (-2, 3)$

$$\begin{aligned} 3x + xi + 3yi + yi^2 &= -9 + 7i && (x, y) = (-2, 3) \\ (3x - y) + (x + 3y)i &= -9 + 7i \\ \Rightarrow \begin{cases} 3x - y = -9 \\ x + 3y = 7 \end{cases} && \begin{aligned} 21 - 9y - y &= -9 \\ \Rightarrow -10y &= -30 \Rightarrow y = 3 \\ \Rightarrow x &= 7 - 3y = -2 \end{aligned} \end{aligned}$$

12. (71в) Скратити разломак:  $\frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 2x}$ .

$$\frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 2x} = \frac{(x+4)(x-2)}{x(x-2)} = \frac{x+4}{x}$$

13. (70а) Раставити на линеарне чиниоце:  $x^2 - 5x + 4$ .

Решење: а)  $(x+1)(x-4)$  б)  $(x-1)(x-4)$  в)  $(x-1)(x+4)$   $x^2 - 5x + 4 = (x-1)(x-4)$

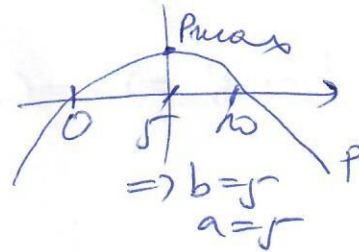
$$x^2 - 5x + 4 \Rightarrow \Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} \rightarrow x_1 = 4 \rightarrow x_2 = 1$$

14. (80) Од свих правоугаоника обима 20 cm одредити онај који има највећу површину.

$$P = a \cdot b \Rightarrow P = (10 - b) \cdot b$$

$$2a + 2b = 20 \Rightarrow a + b = 10$$

$$\Rightarrow a = 10 - b$$



15. (83г) Израчунати вредност израза:  $\frac{\sin^2 \frac{\pi}{6} + 2 \sin^2 \frac{\pi}{4}}{3 \cos^2 \frac{\pi}{6} - \cos^2 \frac{\pi}{4}}$ .

Решење: а)  $x = 5/7$  б)  $x = 1$  в)  $x = 3/2$

$$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{3 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\frac{1}{4} + 2 \cdot \frac{1}{2}}{3 \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\frac{5}{4}}{\frac{7}{4}} = \frac{5}{7}$$

16. (906) Одредити све углове  $\alpha$ ,  $0 < \alpha < 2\pi$  за које је  $\sin \alpha = -\cos \alpha$ ;

$$\left. \begin{array}{l} \alpha \in \text{II} \\ \alpha \in \text{IV} \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha = \frac{3\pi}{4} + k\pi$$

$$\alpha = \frac{7\pi}{4} + k\pi$$

17. (94а) Решити једначину:  $\sqrt[3]{a} = a^{\frac{3x+2}{2}}$ .

Решење: а)  $x = 0$  б)  $x = -4/9$  в)  $x = 1/3$

$$a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{3x+2}{2}}$$

$$\Rightarrow 2 = 9x + 6$$

$$\Rightarrow -4 = 9x \Rightarrow x = -\frac{4}{9}$$

18. (956) Решити следећу једначину:  $2^{x+1} + 2^{x+2} - 2^x = 10$ .

Решење: а)  $x = 1$  б)  $x = 4$  в)  $x = 0$

$$2^x(2+4-1) = 10 \Rightarrow 2^x \cdot 5 = 10 \Rightarrow 2^x = 2$$

$$\Rightarrow x = 1$$

19. (99a) Свести на један логаритам:  $\log_a x + 2\log_a y - \log_a \pi$ .

Решење: а)  $\log_a(x \cdot 2y / \pi)$  б)  $\log_a(x \cdot y^2 \cdot \pi)$  в)  $\log_a(x \cdot y^2 / \pi)$

$$\log_a x + \log_a y^2 - \log_a \pi = \log_a \frac{x \cdot y^2}{\pi}$$

20. (100г) Решити једначину:  $\log x = 2\log 4 + \frac{1}{3}\log 27 - \frac{1}{2}\log 64$ .

Решење: а)  $x = 10$  б)  $x = 4$  в)  $x = 6$

$$\log x = \log \frac{4^2 \cdot \sqrt[3]{27}}{\sqrt{64}}$$

$$= \log \frac{16 \cdot 3}{8}$$

$$= \log 6 \Rightarrow x = 6$$